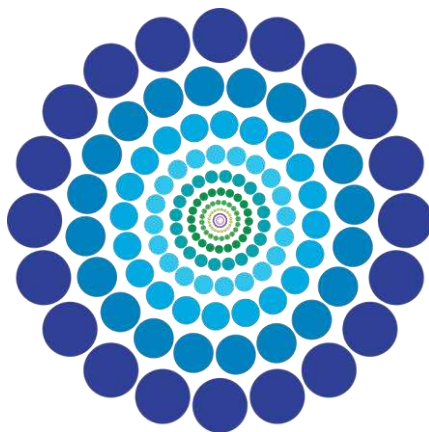


Putovanje po rubu i kroz središte kruga



Predmet: Matematika

Razred: 7. razred osnovne škole

Odgojno-obrazovni ishodi:

- MAT OŠ C.7.2. Povezuje opseg i površinu kruga te ih primjenjuje u rješavanju problema.
- MAT OŠ A.7.3. Primjenjuje različite zapise racionalnih brojeva.
- MAT OŠ D.7.1. Pridružuje točke pravca racionalnim brojevima.
- MAT OŠ E.7.1. Organizira i analizira podatke prikazane dijagramom.

Odgojno-obrazovna očekivanja

- uku A.3.1. Učenik samostalno traži nove informacije iz različitih izvora, transformira ih u novo znanje i uspješno primjenjuje pri rješavanju problema.
- ikt A.3.2. Učenik se samostalno koristi raznim uređajima i programima.
- osr B.3.4. Učenik suradnički uči i radi u timu.

Aktivnost 1: Otkriće broja π

Priprema

Svaka grupa dobiva nekoliko kružnih predmeta različitih veličina (tanjure, čaše, CD-ove, poklopce), konac ili uža, ravnala i kalkulator. Nastavnik priprema tablicu za bilježenje rezultata koju učenici mogu preuzeti s digitalne platforme ili im se može podijeliti u tiskanom obliku.

Istraživanje

Učenici mjere promjer svakog predmeta ravnalom. Zatim koncem (užetom) mjere opseg predmeta tako da omota predmet i izmjere duljinu konca ravnalom. Za svaki predmet računaju omjer opsega i promjera te rezultate bilježe u tablicu.

Analiza i zaključak

Nakon mjerenja svih predmeta, učenici uspoređuju dobivene omjere. Nastavnik vodi razrednu diskusiju u kojoj učenici zaključuju da su svi omjeri približno jednaki broju 3,14 (π). Učenici zatim istražuju povijest broja π korištenjem digitalnih izvora i prezentiraju zanimljive činjenice ostatku razreda.

Aktivnost 2: Virtualni laboratorij kruga

Priprema digitalnog okruženja

Nastavnik priprema unaprijed kreiran GeoGebra aplet koji omogućuje učenicima da mijenjaju polumjer kruga i promatraju kako se mijenjaju vrijednosti opsega i površine. Učenici pristupaju apletu putem poveznica na razrednom digitalnom prostoru ili školskim tabletima.

Istraživanje odnosa

Učenici istražuju kako promjena polumjera utječe na opseg i površinu kruga. Bilježe rezultate u digitalne radne listove i traže matematičke pravilnosti. Nastavnik ih usmjerava pitanjima: "Što se događa s opsegom kada se polumjer udvostruči?", "Što se događa s površinom?"

Izvođenje formula

Na temelju svojih opažanja i uz nastavnikovo vodstvo, učenici dolaze do formula za opseg ($O = 2\pi r$) i površinu kruga ($P = r^2\pi$). Kroz interaktivne provjere u GeoGebri, učenici verificiraju točnost formula za različite vrijednosti polumjera.

Prezentacija otkrića

Učenici u parovima pripremaju kratku digitalnu prezentaciju svojih otkrića, uključujući slike iz GeoGebre i objašnjenja matematičkih odnosa koje su uočili. Prezentacije dijele s ostalim učenicima putem školske digitalne platforme.

Aktivnost 3: Kružna umjetnost

Priprema

Nastavnik priprema različite materijale: papir, šestare, ravnala, bojice, flomastere i primjere matematičke umjetnosti temeljene na krugovima (npr. mandale, rozete, geometrijski uzorci u arhitekturi). Nastavnik također objašnjava vezu između matematike i umjetnosti kroz povijest, s posebnim naglaskom na upotrebu krugova u različitim kulturama i umjetničkim stilovima.

Kreativni proces

Učenici biraju jedan od ponuđenih projekata ili osmišljavaju vlastiti:

- Mandale s koncentričnim krugovima
- Rozete s presječenim krugovima
- Apstraktne kompozicije temeljene na formuli za opseg/površinu kruga
- Vizualizacija broja π kroz umjetnost

Matematički aspekt

Tijekom stvaranja umjetničkih djela, učenici moraju uključiti sljedeće matematičke elemente:

- Točno konstruiranje krugova različitih polumjera
- Izračun i označavanje opsega i površine barem tri kruga u svojoj kompoziciji
- Uključivanje simbola π ili vizualna reprezentacija odnosa između promjera i opsega
- Primjena simetrije ili drugih matematičkih odnosa u kompoziciji

Prezentacija i refleksija

Nakon završetka radova, organizira se mala izložba u učionici ili digitalnom prostoru škole. Svaki učenik kratko objašnjava matematičke koncepte koje je primijenio u svom radu. Učenici međusobno vrednuju radove prema kriterijima kreativnosti i matematičke točnosti.

Aktivnost 4: Krugolov - matematička igra

Priprema igre

Nastavnik priprema materijale za igru "Krugolov": ploču za igru s poljima različitih boja, kartice sa zadacima o opsegu i površini kruga, figurice, kocku, šestare, ravnala i kalkulator za svaku grupu. Učenici se dijele u grupe od 3-4 učenika.

Pravila igre

Učenici bacaju kocku i pomiču svoje figurice po ploči. Kada dođu na obojano polje, izvlače karticu sa zadatkom odgovarajuće boje. Zadaci su različite težine i tipova: izračun opsega/površine, problemski zadaci iz stvarnog života, kreativni zadaci, zadaci mjerenja. Za točno riješen zadatak dobivaju bodove ovisno o težini zadatka. Pobjednik je grupa koja prva skupi određeni broj bodova ili prijeđe cijelu ploču.

Digitalna varijanta

Za škole s odgovarajućom tehnologijom, igra se može implementirati i u digitalnom obliku kroz aplikacije poput Kahoot!, Quizizz ili GeoGebra. Učenici mogu igrati u parovima na tabletima ili računalima, a rezultati se mogu projicirati na zaslonu za praćenje napretka.

Primjeri zadataka iz igre

Zeleno polje (lakši zadaci)	Izračunaj opseg kruga čiji je polumjer 5 cm.
Žuto polje (srednje teški)	Bazen je kružnog oblika s promjerom 8 m. Koliko metara ograde je potrebno za ograđivanje bazena?
Crveno polje (teži zadaci)	Pizza ima promjer 32 cm i podijeljena je na 8 jednakih dijelova. Kolika je površina jednog komada pizze?
Plavo polje (kreativni zadaci)	Osmisli i skiciraj logotip tvrtke koji sadrži barem tri kruga različitih veličina. Izračunaj ukupnu površinu svih krugova.

Aktivnost 5: Krugovi u stvarnom svijetu

Dokumentiranje

Učenici u malim grupama fotografiraju ili skiciraju kružne oblike koje pronalaze u školi, kod kuće ili u svojoj okolini (npr. kotači, prometni znakovi, satovi, zdjelice). Za digitalno dokumentiranje mogu koristiti mobilne uređaje, a za analogne skice papir i olovku.

Mjerenje i izračun

Za svaki dokumentirani objekt, učenici mjere (ili procjenjuju) promjer, zatim izračunavaju opseg i površinu. Rezultate organiziraju u digitalnoj tablici ili fizičkom plakatu, zajedno s fotografijama ili skicama objekata.

Analiza primjene

Za svaki objekt, učenici istražuju zašto je dizajniran u obliku kruga, koje prednosti donosi kružni oblik u toj specifičnoj primjeni, te kako su opseg i površina važni za funkciju tog objekta.

Prezentacija otkrića

Grupe pripremaju kratke prezentacije svojih otkrića, koje mogu biti u obliku digitalnog plakata, videozapisa ili tradicionalne prezentacije. Svaka grupa odabire najzanimljiviji primjer za detaljniju analizu.

Primjeri primjene za analizu

- **Kotač bicikla:** Zašto su kotači kružni? Kako opseg kotača utječe na prijeđenu udaljenost po jednom okretu? Kako bi se bicikl ponašao s kotačima drugih oblika?
- **Pizza:** Zašto su pizze obično kružne? Kako izračunati površinu pizze i usporediti vrijednost različitih veličina pizza?
- **CD/DVD:** Zašto su kompaktni diskovi kružni? Kako se koristi površina diska za pohranu podataka?
- **Prometni znakovi:** Zašto su neki prometni znakovi kružni, a drugi oblika trokuta ili pravokutnika? Kako veličina znaka utječe na njegovu vidljivost?

Aktivnost 6: Escape room "Kružna tajna"

Priprema escape rooma

Nastavnik priprema učionicu postavljajući različite zadatke i zagonetke vezane uz opseg i površinu kruga. Zadaci su organizirani tako da rješenje jednog zadatka vodi do sljedećeg. Učenici se dijele u timove od 4-5 članova. Svaki tim dobiva početnu zagonetku i vremensko ograničenje (npr. 30-45 minuta) za rješavanje svih zadataka.

Primjeri zadataka u escape roomu

1. Dešifriranje poruke koristeći broj π : Učenici trebaju koristiti decimale broja π kao ključ za dešifriranje poruke koja vodi do sljedećeg zadatka.
2. Praktični zadatak mjerenja: Pronalaženje predmeta kružnog oblika čiji opseg odgovara

zadanoj vrijednosti.

3. QR kod koji vodi do digitalne zagonetke o površini kruga.

4. Slagalice s dijelovima kruga gdje učenici trebaju izračunati površine različitih dijelova i složiti ih u cjelinu.

Završetak i refleksija

Nakon što timovi završe s escape roomom (ili istekne vrijeme), slijedi zajednička refleksija. Nastavnik s učenicima prolazi kroz sve zadatke, objašnjava rješenja i razjašnjava eventualne nejasnoće. Učenici dijele svoja iskustva, strategije koje su koristili i što su naučili kroz aktivnost.

Digitalna varijanta

Za škole koje ne mogu fizički preurediti učionicu, moguće je kreirati virtualni escape room koristeći digitalne alate poput Genially, Google Forms s uvjetnim grananjem ili posebne platforme za edukativne escape roomove. Učenici mogu raditi u parovima na računalima ili tabletima, rješavajući digitalne zagonetke.

Postupci potpore za učenike s teškoćama

Prilagodbe za različite vrste teškoća

U radu s učenicima s teškoćama u procesu učenja važno je prilagoditi aktivnosti kako bi svi učenici mogli uspješno sudjelovati i ostvariti obrazovne ishode. Sljedeće prilagodbe mogu se implementirati u prethodno opisanim aktivnostima:

Za učenike s teškoćama pažnje i koncentracije

- Podijeliti aktivnosti na manje cjeline s jasno definiranim koracima
- Osigurati vizualne podsjetnike s formulama i ključnim pojmovima
- Omogućiti češće kratke pauze tijekom rada
- Koristiti timski rad gdje učenik ima jasno definiranu ulogu
- U igrama i escape roomu postaviti kraće vremensko ograničenje za pojedine zadatke

Za učenike s teškoćama u motorici

- Osigurati prilagođene šestare i ravnala s većim drškama
- Koristiti predlošci za crtanje krugova različitih veličina

- U aktivnosti mjerenja dati prednost digitalnim alatima za mjerenje
- Omogućiti više vremena za izvršavanje praktičnih zadataka
- U kreativnim zadacima ponuditi alternativne načine izražavanja (verbalno, digitalno)

Za učenike s teškoćama u učenju matematike

- Osigurati formule i postupke rješavanja u pisanom obliku
- Koristiti konkretan materijal za demonstraciju koncepata (modeli krugova)
- Pojednostaviti brojeve vrijednosti u zadacima
- Dopustiti korištenje kalkulatora
- Osigurati dodatno vrijeme za rješavanje zadataka
- Primjenjivati vršnjačku pomoć i suradničko učenje

Za učenike s oštećenjem vida

- Pripremiti materijale s povećanim fontom ili Brailleovim pismom
- Koristiti taktilne modele krugova različitih veličina
- Osigurati audiozapise uputa i materijala za učenje
- U digitalnim aktivnostima koristiti čitače zaslona i prilagođena sučelja
- Omogućiti rad u paru s učenikom bez oštećenja vida

Za učenike koji žele znati više

Dodatne aktivnosti za darovite učenike

Za učenike koji pokazuju poseban interes i sposobnosti u matematici, pripremljene su dodatne aktivnosti koje proširuju osnovno gradivo o krugu i omogućuju dublje istraživanje matematičkih koncepata.

Od kruga do sfere

Istraživanje odnosa između kruga (2D) i sfere (3D). Učenici istražuju kako se formule za krug mogu proširiti na formule za sferu. Projekt uključuje izradu 3D modela (fizičkih ili digitalnih) i izvođenje formula za volumen i površinu sfere. Učenici mogu koristiti GeoGebra 3D ili druge programe za modeliranje.

Pi kroz povijest

Istraživački projekt o povijesnom razvoju broja π i metodama koje su različite civilizacije koristile za njegovu aproksimaciju. Učenici mogu replicirati povijesne eksperimente, usporediti različite metode aproksimacije i istražiti zanimljive primjene broja π izvan geometrije.

Izoperimetrijski problem

Istraživanje zašto među svim oblicima istog opsega krug ima najveću površinu. Učenici mogu eksperimentirati s različitim oblicima istog opsega, mjeriti njihove površine i doći do zaključaka o optimalnosti kruga. Projekt se može proširiti na istraživanje primjena ovog svojstva u prirodi i tehnologiji.

Programiranje i krugovi

Razvoj jednostavnog programa ili aplikacije koja koristi formule za krug. Mogući projekti uključuju: simulaciju planetarnih orbita, program za izračun uštede materijala pri pakiranju, vizualizaciju aproksimacije broja π metodom Monte Carlo ili kreiranje generativne umjetnosti temeljene na krugovima.